Различные методы решения задач как способ активизации мыслительной деятельности учащихся на уроках математики.

Лучше решить одну задачу несколькими способами, чем несколько задач – одним.

Д. Пойа

Решение задач различными методами – занятие чрезвычайно увлекательное для учащихся различных возрастных групп. Любопытство, интерес, творчество, желание добиться успеха – это привлекательные стороны, позволяющие учащимся любить и выбирать этот вид деятельности на уроках математики.

Создание во время урока математики проблемных ситуаций – дидактический метод, который оправдал себя на практике, и с помощью которого учитель может удерживать в постоянном напряжении одну из составляющих частей процесса обучения – детскую пытливость.

Проблемность при изучении предмета математики возникает совершенно естественно, не требуя никаких специальных упражнений или искусственно создаваемых ситуаций. В сущности, не только каждая текстовая задача, но и довольно много других упражнений, представленных в учебных пособиях по математике и других дидактических материалах, и есть некие проблемы, над решением которых учащийся должен поразмыслить, если не превращать их выполнения в чисто тренировочную работу, связанную с решением по готовому, данному учителем образцу.

С позиции учителя выполнение задачи различными методами – это один из эффективных путей реализации дидактических принципов сознательности и активности усвоения учебного материала. При поиске решения различными способами одной и той же задачи нередко известное учащимся упражнение переносится в качественно новые условия, повторяется в новых связях и сочетаниях. Для такой работы учащимся приходится использовать различные теоретические факты, методы и приёмы, анализировать их применимость к данной в задаче ситуации. В процессе поиска различных методов решения одной задачи преобладает творческое мышление, что способствует развитию не только интеллекта, но и ряда нравственных и эстетических качеств. Именно здесь дети учатся самостоятельно находить более лёгкие и красивые решения задач, начинают видеть взаимосвязь всех частей математики, а значит, и её красоту. Этот вид деятельности способствует интенсивному развитию логического мышления, его глубины и гибкости, создаёт условия для улучшения речи учащихся (точности произношения и употребления слов, яркости и динамичности), помогает осуществлению личностно-ориентированного подхода, адаптации школьников, гуманизации обучения.

Решение задач разными способами осуществляет право ученика на выбор варианта получения ответа, даже если оно не является традиционным, у него появляется дополнительная возможность справиться с делом. Это делает ученика свободным, спокойным, появляется возможность его успеха, возникает устойчивость важной для жизни мысли: «Всегда можно найти выход из сложной ситуации».

Все эти мысли являются частью плана формирования социально адаптированной личности в условиях современной школы.

Заинтересованность учителя в данном виде деятельности (плюс игра, воображение, поиск, азарт учащихся) убеждают, что необходимо постоянно решать задачи разными способами.

Сравнение различных способов решений одной задачи очень поучительно. Опыт работы в школе показывает, что решение одной и той же задачи различными методами естественно вписывается в процесс проведения урока. Систематическое использование этого приема дает значительный эффект как при обучении работе задач по геометрии, так и при изучении курса математики в целом.

Большинство геометрических задач допускает решение несколькими способами. Систематическое применение этого дидактического принципа усиливает мотивацию учения и побуждает учащихся искать наиболее простые и изящные решения из всех существующих.

К примеру **Задача.** *В равнобедренном прямоугольном треугольнике АВС ($\llcorner C=90^0$) проведены медиана ВД и отрезок СМ перпендикулярен ВД (точка М€АВ). Найдите отношение АМ : ВМ.*

Данная задача имеет 25 вариантов решения описанных в журнале «Математика в школе» №6, 2009 стр. 39-47 и решать её можно с учащимися 8-11 классов.

Урок одной задачи – это поиск различных методов выполнения этой задачи. Во время такого урока, у школьника появится возможность найти тот способ решения, который будет ему наиболее понятен, и в котором он может максимально выразиться. На уроке одной задачи учащийся познакомится с различными мнениями и рассуждениями, увидит различные приёмы решения. Вдобавок, у учителя уменьшится возможность навязывания своего способа рассуждения, что означает уменьшение потребности в обучении с использованием шаблона «делай как я». У школьника же, появляется шанс действовать так, как он этого хочет. Следовательно, преподаватель может сформировать личность, которая будет способна думать, сможет отстоять свое мнение, найдет выход из любых создавшихся ситуаций, а в перспективе – разберется как в жизни, так и в людях.

Уроки одной задачи не смогут оставить безразличным никаких учащихся. Повышается мотивация и возрастает желание обучения математике, возрастают результаты контрольных и самостоятельных работ. Поиск решения задачи различными методами даёт возможность восполнять пробелы в ранее пройденных темах, подталкивает школьников к поиску различных приемов выполнения задачи. Для некоторых, подобные уроки одной задачи – это самооценка, спасающая их в трудном мире математики, и которая подталкивает искать свой, понятный путь решения задачи, для других же приоткрывается мир, раскрывающий красоту и изящество любимого предмета, для третьих это путь, ведущий к пониманию в общении со своими одноклассниками и преподавателем.

Выделение «ключевых задач» позволит уделить время для поиска решения более интересных задач и на проведение уроков решения «одной задачи» различными способами.

Урок одной задачи помогает сформировать навык исследовательской работы, будит мысль учащихся, развивает их сообразительность и повышает интерес учеников к работе. Его лучше проводить, когда учениками усвоены необходимые понятия и разобран ряд частных приёмов решения. На этом уроке школьники – активные участники поиска вариантов решений. Интересными задачами-проблемами являются те, что ведут к открытию новой теории. Например:

Задача. *Доказать, что медиана, проведенная из вершины прямого угла треугольника, равна половине гипотенузы.*

Решение задачи даёт возможность выявить свойство медианы прямоугольного треугольника, проведенной из вершины прямого угла на гипотенузу.

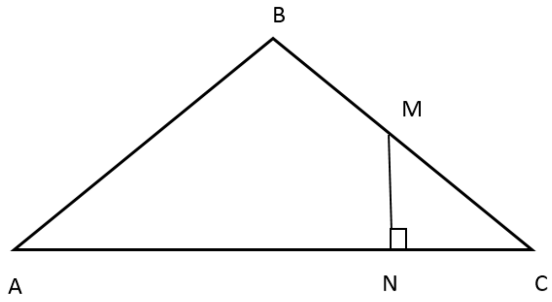
В процессе поиска решения подобных задач у школьников разовьется способность и нужда к актуализации получаемых знаний и опыта, а так же, вырабатывается умение применять их в новой для себя ситуации.

При изыскании разных способов решения задач у школьников будет формироваться исследовательский азарт, вырабатываться исследовательские навыки, развивается способность к творчеству. После нахождения очередного метода решения задачи школьник, как правило, получает чувство удовлетворения от проделанной работы. Учителю необходимо одобрять поиск различных методов для решения задач, а не навязывать свой как единственно правильный. Общие методы решения задач должны стать прочной основой для школьников, но вместе с этим необходимо выработать у них умение использовать характерные особенности каждой задачи, что позволит решить ее намного легче. Именно уход от шаблона, а так же конкретный анализ условий задачи будутт являются залогом успешного ее решения.

В качестве примера рассмотрим решение задачи несколькими способами.

Задача: *В треугольнике ABC сторона CB = 34см. Перпендикуляр MN, проведённый из середины BC к прямой AC, делит сторону AC на отрезки AN = 25см и NC = 15см. Найдите площадь треугольника ABC.*

I способ Решение

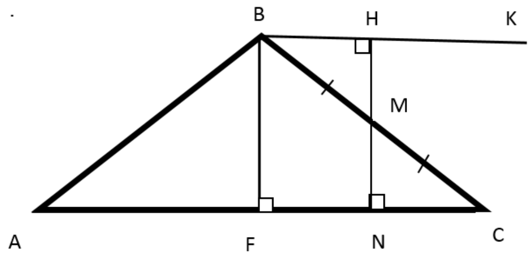


1. M – середина BC, тогда BM = MC, MC = 17.
2. MN $\perp$AC, тогда $\varDelta MNC$ прямоугольный, значит, по теореме Пифагора находим MN= $\sqrt{17^2-15^2} = 8$
3.$\angle$C – общий угол $\varDelta$ABC и $\varDelta$MNC, поэтому

$\frac{S_{MNC}}{S_{ABC}} = \frac{MC\cdot NC}{BC\cdot AC}$, но $S_{MNC} = \frac{1}{2}$MN$\cdot$NC, то есть

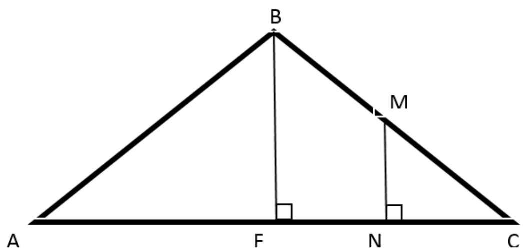
$S_{MNC} = \frac{15\cdot 8}{2} = 60$.
По условию AC = AN + NC, AC = 40,
получаем $\frac{60}{S_{ABC}} = \frac{17\cdot 15}{34\cdot 40}$, откуда $S_{ABC} = 320$см^2.

II способ



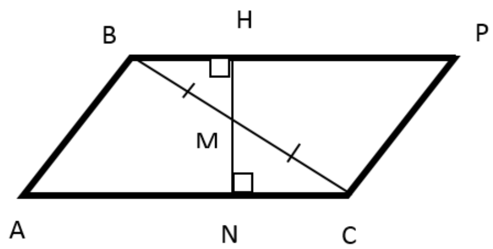
Решение
1. Проведём BK ∥ AC и продолжим NM до пересечения с BK. Имеем: MN$\perp$ AC, BK ∥ AC, тогда прямая MN$\perp$ BK.
2.Прямоугольные треугольники BHM и CNM равны по гипотенузе и острому углу, тогда MH = MN, но MN = 8, тогда MH = 8 и NH =16
3.BF – высота $\varDelta ABC$; BF =NH = 16 – как расстояние между параллельными прямыми.
4. $S_{ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot BF$, $S_{ABC} = \frac{40\cdot 16}{2} = 320$см^2

III способ



Решение
1.BF – высота $\varDelta ABC$, тогда$BF \perp AC$. Имеем $BF \perp AC$, MN$\perp$ AC, тогда BF ∥ MN.
2. Так как BM = MC, BF ∥ MN,
то CN = NF = 15 (по теореме Фалеса).
3. $\varDelta$BFC - прямоугольный, тогда BF = $\sqrt{BC^2 - CF2^2}$, $BF = \sqrt{34^2 - 30^2} = 16$
4. $S_{ABC} = \frac{1}{2} AC\ BF$, $S_{ABC} = \frac{40\cdot 16}{2} = 320$см^2.

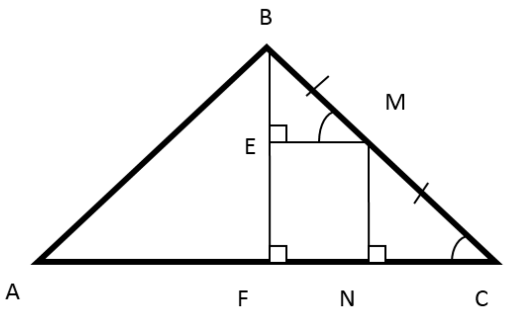
IV способ



Решение
1. Достроим $\varDelta ABC$ до параллелограмма ACPB.
Имеем $S_{ABC} = \frac{1}{2} S_{ACPB}$, $S_{ACPB} = AC \cdot HN$.
2. MN = 8.
3. Треугольники BHM и CNM равны,
тогда MH = 8 и HN = 16.
4.S_{ACPB} =40$\cdot$ 16 640см^2, тогда $S_{ABC} = 320$см^2.

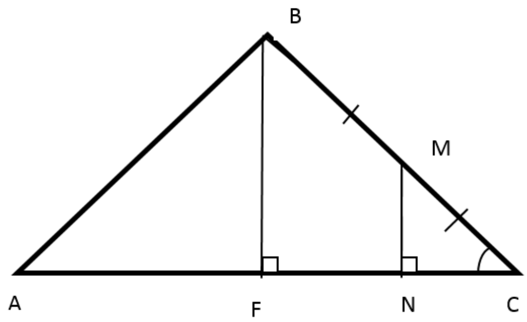
V способ

Решение



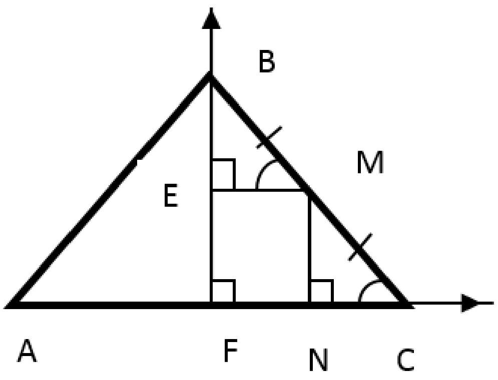
1.BF - высота $\triangle ABC$, тогда $BF \perp AC$.
2. Проведём ME$\perp$ BF.
3.Имеем: ME$\perp$ BF, $BF \perp AC$, то ME $\parallel$ AC.
4. ME $\parallel$ AC, BC – секущая, значит, $\angle MCN = \angle$ BME (как соответственные углы).
5. Треугольники BEM и MNC – прямоугольные, они равны по гипотенузе и острому углу, тогда BE = MN = 8
6. MEFN – прямоугольник, тогда EF = MN = 8.
7. BF = BE + EF = 16.
8. $S_{ABC} = \frac{1}{2} AC\ BF$ = 320см^2.

VI способ



Решение
1.BF - высота $\triangle ABC$, тогда $BF \perp AC$ и $\triangle$ BCF – прямоугольный.
2.MN $\perp$ AC, тогда $\triangle$MNC прямоугольный.
3.Треугольники MNC и BFC подобны по первому признаку подобия, тогда $\frac{MC}{BC} = \frac{MN}{BF}$ или $\frac{17}{34} = \frac{8}{BF}$, откуда $BF = 16$.
4.$S_{ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot BF, S_{ABC} = 320$ см^2.

VII способ



Решение
1. Введём прямоугольную систему координат так, чтобы F(0;0), ось Ox проведём через FC, ось Oy через FB.
2.B(0; y), тогда BF = y.
3.Треугольники BME иMCN равны и MEFN - прямоугольник, тогда M(x; $\frac{y}{2}$), но MN = 8, тогда $\frac{y}{2} = 8$ и $y = 16$, т.е. $BF = 16$
4. $S_{ABC} = \frac{1}{2} AC\ BF$ = 320см^2.

Решение задач различными способами имеет важное методическое значение и представляет большие возможности для совершенствования процесса обучения математике.

Обсуждение найденного решения, поиск других способов решения, закрепление в памяти тех приемов, которые были использованы, выявление условий возможности применения этих приемов, обобщение данной задачи - все это дает возможность школьникам учиться на задаче. Именно через задачи учащиеся могут узнать и глубоко усвоить новые математические факты, овладеть новыми математическими методами, накопить определенный опыт, сформировать умения самостоятельно, и творчески применять полученные знания.